Impedenza

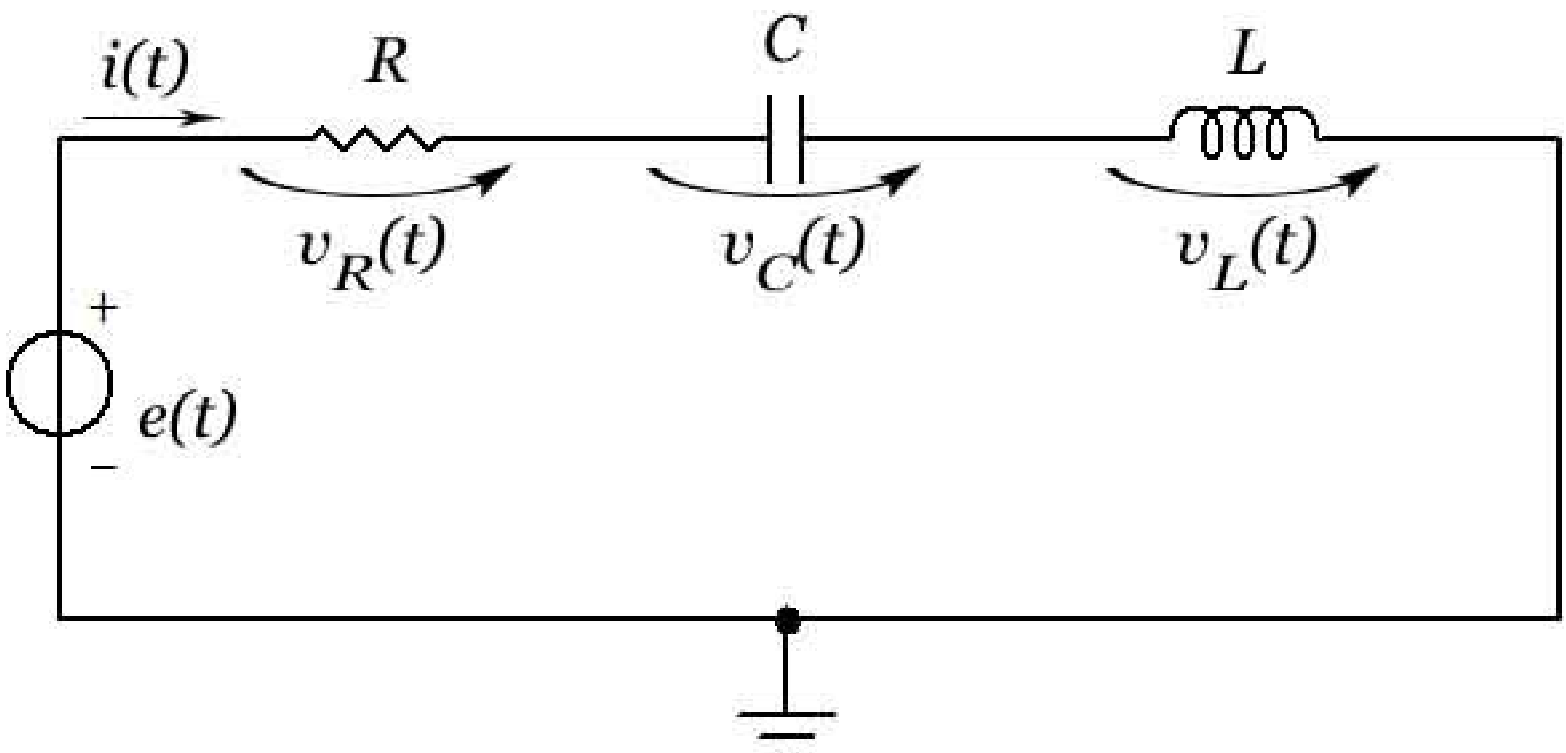
É un numero complesso (o vettore espresso in forma cartesiana):

$$\vec{Z} = R + JX$$

La parte reale è la resistenza la parte complessa X viene chiamata reattanza ed è data dalla differenza fra la reattanza induttiva e la reattanza capacitiva:

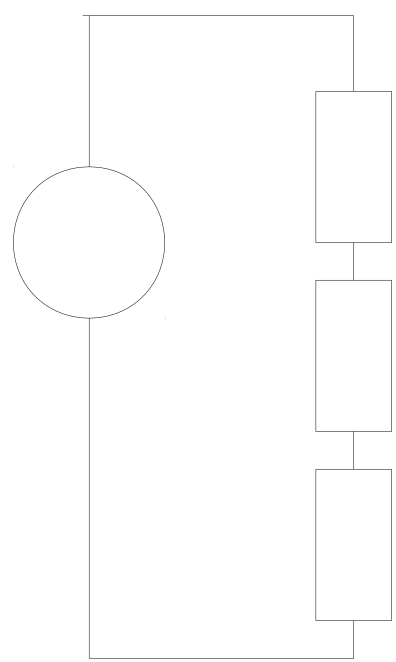
$$X = X_L - X_C$$

Si consideri il circuito composto dalla serie di una resistenza una capacità ed una induttanza alimentate da un generatore di tensione alternata.



$$X_C = \frac{1}{(\varpi C)} \qquad X_L = \varpi L$$

Tutti e tre i componenti vengono da qui in poi schematizzati von semplici rettangoli che rappresentano ciascuno un impedenza.



$$\vec{z}_1 = R$$

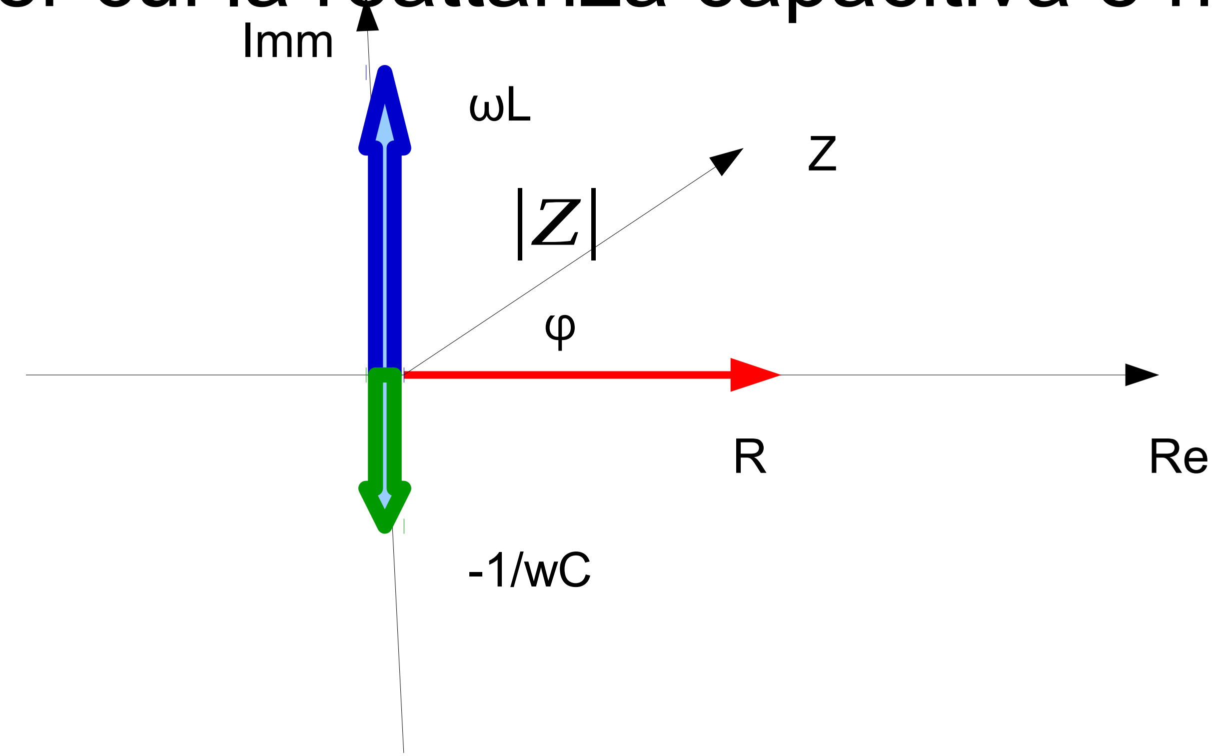
$$\vec{z}_2 = J \varpi L$$

$$\vec{z}_3 = -J \frac{1}{(\varpi C)}$$

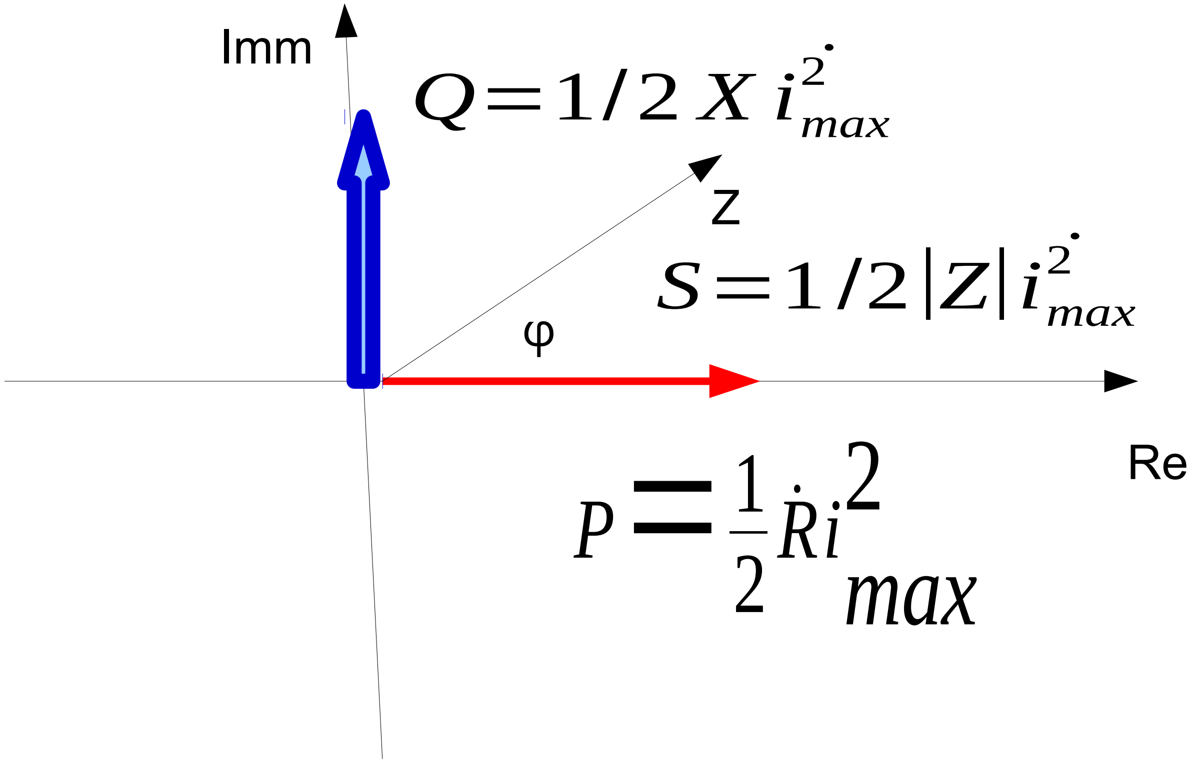
Le regole per impedenze in serie e parallelo sono le stesse di quelle per le resistenze quindi:

$$\vec{Z} = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_3 = R + J\left(\varpi L - \frac{1}{(\varpi C)}\right)$$

I vettori si rappresentano nel piano complesso di Gauss ed osservandolo si comprende almeno il motivo per cui la reattanza capacitiva è negativa:



Tali vettori originano a loro volta 3 potenze:P, Q e S.



La forma esponenziale è la seguente:

$$\vec{Z} = |Z| e^{(J\varphi)}$$

Il modulo di Z e la sua fase sono dati per il teorema di pitagora da

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\varpi L - \frac{1}{(\varpi C)}\right)^2}$$

$$\varphi = \frac{X}{R}$$

Noti il modulo e la fase la tensione che si presenta ai capi di tale impedenza vale

$$V(t)=V_{Max}\,s\dot{e}n(\varpi t+\varphi)$$

Si noti che la tensione ha la stessa fase dell'impedenza

P=potenza attiva
Q=Potenza reattiva
S= potenza app

$$S = \sqrt{(P + Q)}$$

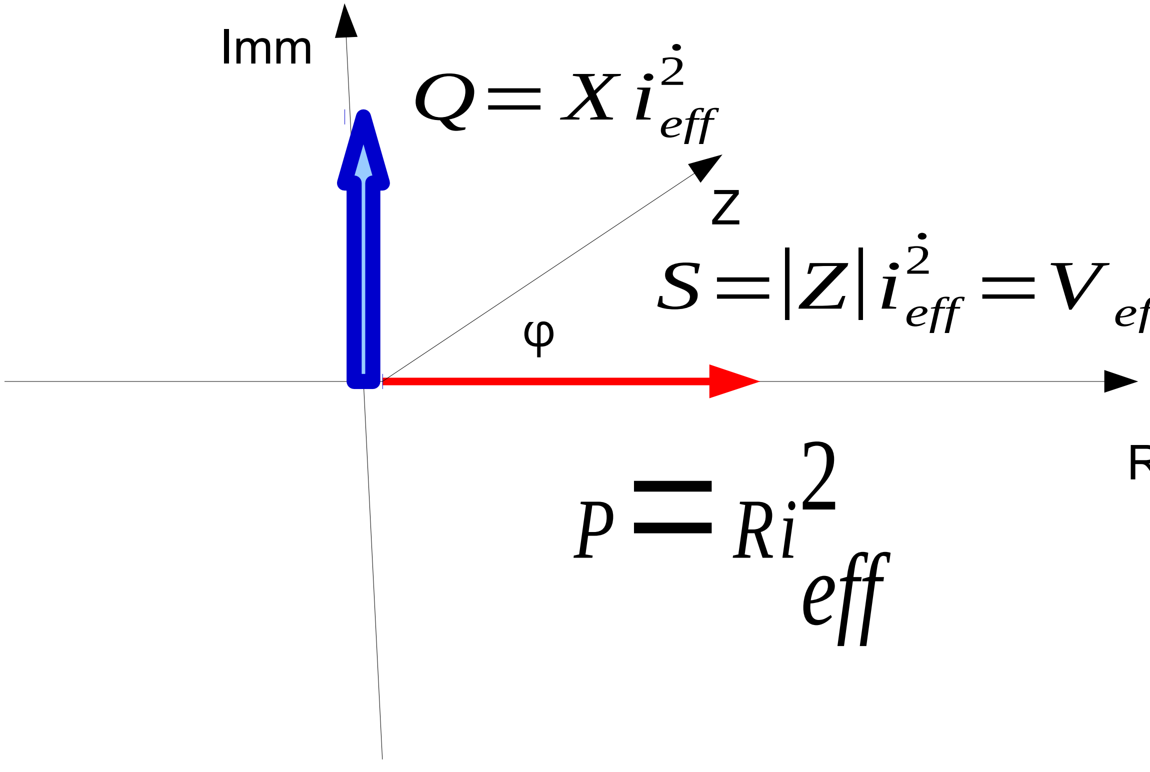
Il triandolo che è formato dalle tre potenze si chiama triangolo delle potenze
Il vettore si può rappresentare mediante la sua forma cartesiana, polare e esponenziale

Definendo

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \qquad V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

Si ottiene

Tali vettori originano a loro volta 3 potenze:P, Q e S.



Con (Legge di Ohm generalizzata)

$$V_{eff} = |Z|\, I^{\cdot}_{eff}$$

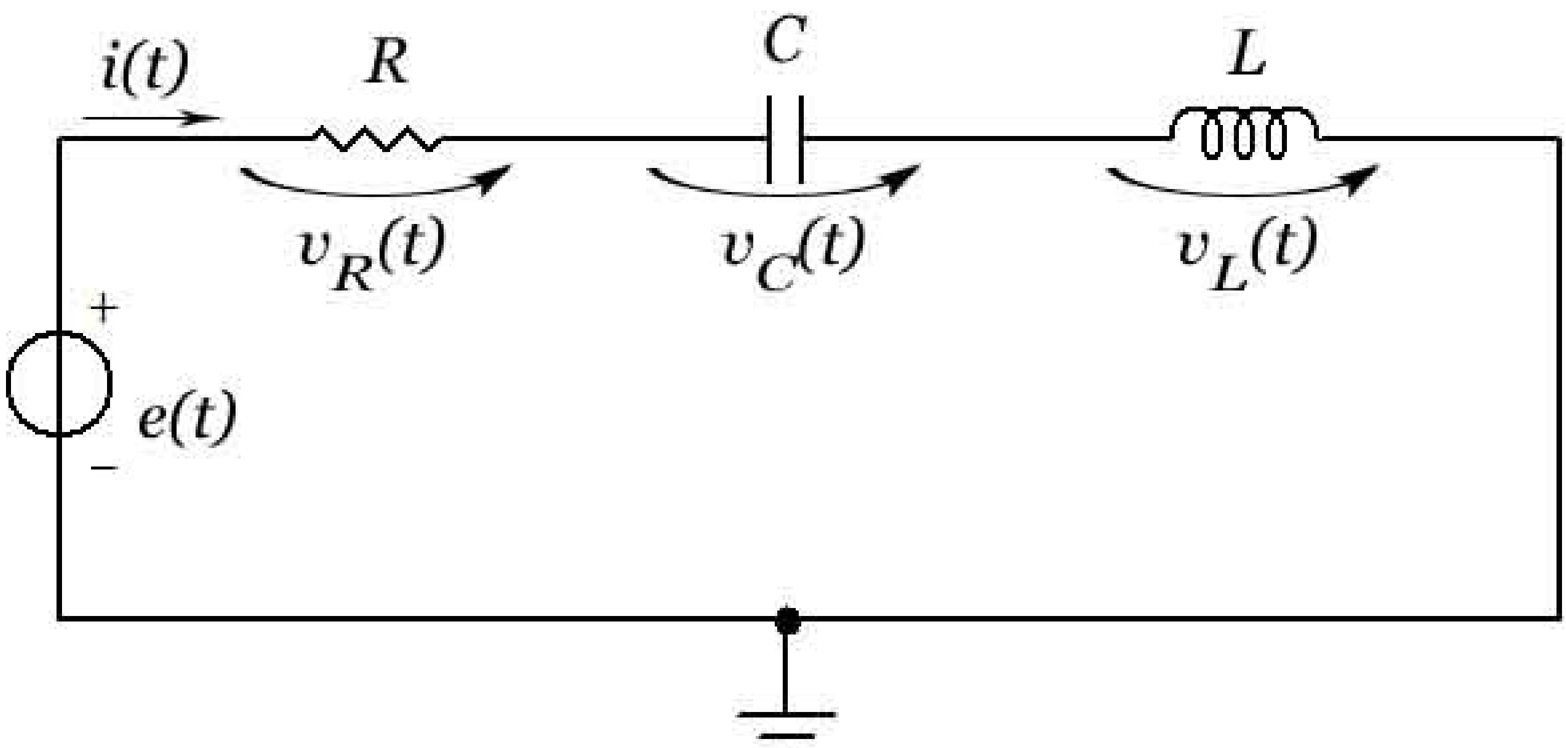
$$s = |Z| i^2_{eff} = V_{eff} I^{\cdot}_{eff}$$

Inoltre noto S e applicando le regole della trigonometria al triangolo rettangolo delle figure precedenti si ottiene:

$$P = S sen_{\varphi}$$

$$Q = S \cos_{\varphi}$$

Si torni a considerare il circuito RLC che è denominato RLC risonante serie. Si fissano i valori di R, L e C in base alle esigenze che vedremo di progetto che di seguito si analizzeranno.



Si studi la funzione che esprime il modulo di Z in funzione di (w)

$$|Z|(\varpi)=\sqrt{R^2+\left(\varpi L-\frac{1}{(\varpi C)}\right)^2}$$

C.E. $\forall x_{\varpi\varepsilon}\Re :_{\varpi}>0$

Segno : sempre positiva (notare che è la somma di 2 quadrati al più potrebbe essere uguale a 0

$$\lim_{\varpi>0}\left|\vec{Z}\right|=+\infty \qquad \lim_{\varpi>+\infty}\left|\vec{Z}\right|=+\infty$$

Calcoliamo il massimo o il minimo della funzione ponendo uguale a 0 la derivata prima assoluta in funzione di ω e studiandone il segno. La derivata semplificata del denominatore che è ininfluente è:

$$\frac{(d|\vec{Z}|)}{(d\varpi)} = \left(L + \frac{(C)}{((\varpi)^2)}\right)\cdot 2\left(\varpi L - \frac{1}{(\varpi C)}\right) = 0$$

Quindi è:

$$\left(L + \frac{(C)}{((\varpi)^2)}\right) = 0$$

Che non può essere uguale a 0 perchè e la somma di due numeri positivi

Oppure

$$2\left(\varpi L - \frac{1}{(\varpi C)}\right) = 0 \, cio\grave{e} \left(\varpi L - \frac{1}{(\varpi C)}\right) = 0$$

Risolvendo la seconda si ottiene

$$\varpi^2 LC = 1$$

Da cui si ricava la pulsazione di risonanza:

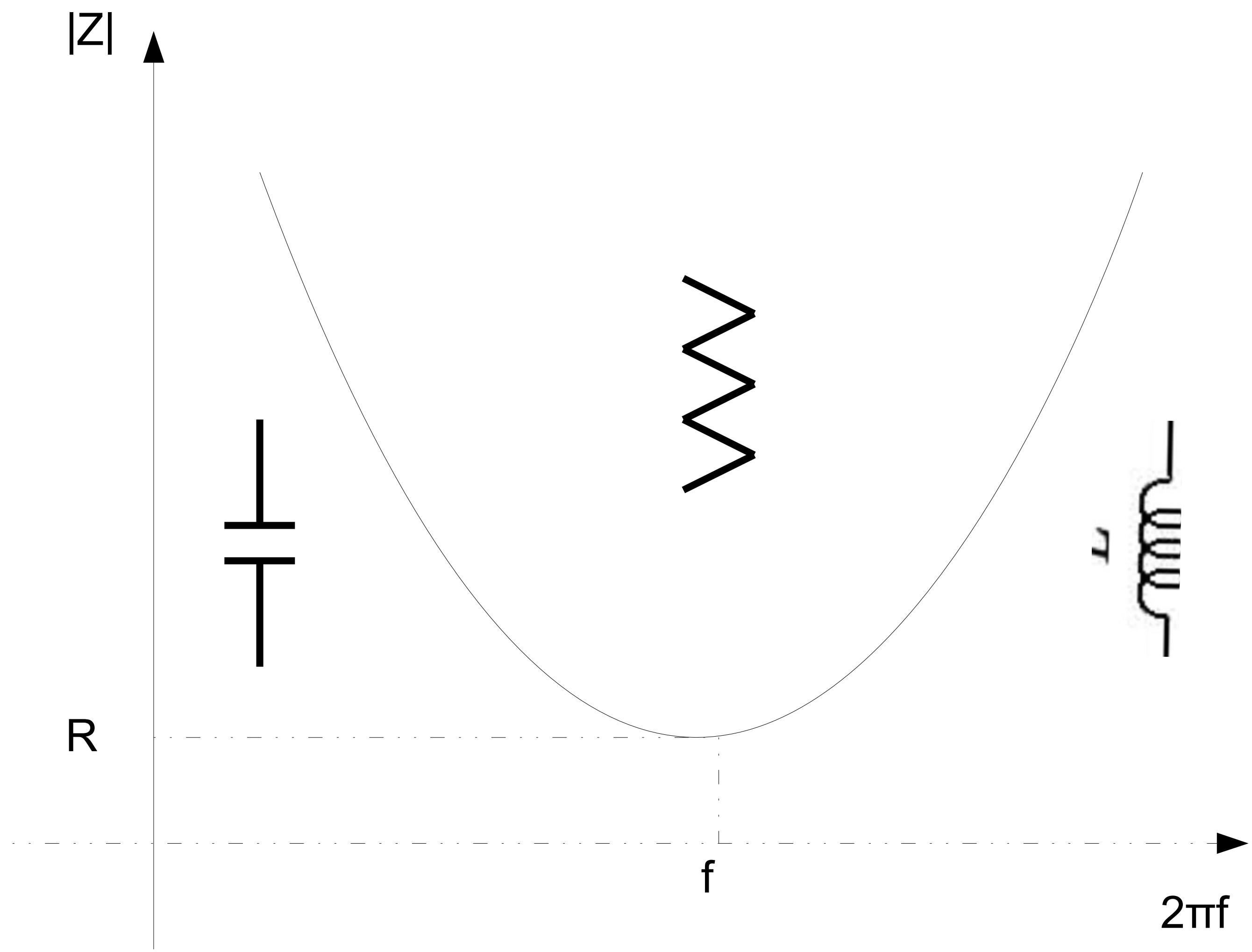
$$\varpi = \frac{1}{(\sqrt{LC})}$$

Ricordando che la frequenza è data da

$$f = \frac{\varpi}{(2\pi)}$$

La frequenza di risonanza del circuito RLC risonanza serie è

$$f = \frac{1}{(2\pi\sqrt{LC})}$$



Circuito prevalentemente capacitivo

Circuito prevalentemente resistivo

Circuito prevalentemente induttivo

La corrente ha l'andamento seguente e la banda passante è data dalla differenza delle frequenze in cui la corrente è 0.707 volte la corrente massima